Systemy rozmyte i ich zastosowania

Krzysztof Rykaczewski

14 czerwca 2006

Spis treści

Streszczenie

W pracy tej przyjrzymy się zbiorom rozmytym i logice rozmytej oraz motywacji wprowadzenia ich do reprezentacji wiedzy. Zasugerujemy przykłady oraz metody wykorzystania logiki rozmytej do modelowania. Ponadto zawarte zostały także stosowane w teorii pojęcia, definicje oraz podstawowe prawa rządzace światem rozmytym. Skupimy się na metodach pozyskiwania wiedzy opartych na systemach rozmytych. Aby zilustrować wiedzę teoretyczną posłużymy się licznymi przykładami zastosowań rozmytej reprezentacji wiedzy.

Praca ta nie aspiruje bynajmniej do kompletnego omówienia zagadnień w niej zawartych. Jest to zaledwie zarys problematyki ujętych tu działów teorii zbiorów rozmytych.

1 Wstęp

Celem wprowadzenia pojęcia i teorii zbiorów rozmytych była potrzeba matematyczego opisania tych zjawisk i pojęć, które maja charakter wieloznaczny i nieprecyzyjny. W teorii tej możemy mówić o częściowej przynależności punktu do rozważanego zbioru. Zamiast zdaniami przyjmujacymi wartości prawda lub fałsz posługujemy się zmiennymi lingwistycznymi, które przyjmują jako wartości nieprecyzyjne pojęcia języka mówionego. Tak jak coś co jest *szare* nie jest do końca ani białe ani czarne, lub coś co jest *ciepłe* nie jest ani gorące ani zimne. Dzięki temu możliwe jest opisywanie takich cech obiektów jak: bardzo, trochę, średnio, mało, niezawiele.

Na systemy rozmyte skladają się te techniki i metody, które służą do obrazowania informacji nieprecyzyjnych, nieokreślonych bądź niekonkretnych. Pozwalają one opisywać zjawiska o charakterze wieloznacznym, których nie jest w stanie ująć teoria klasyczna i logika dwuwartościowa. Charakteryzują się tym, że wiedza jest przetwarzana w postaci symbolicznej i zapisywana w postaci rozmytych reguł. Systemy rozmyte znajdują zastosowanie tam, gdzie nie posiadamy wystarczającej wiedzy o modelu matematycznym rządzacym danym zjawiskiem oraz tam gdzie odtworzenie tegoż modelu staje się nieopłacalne lub nawet niemożliwe. Tak więc możemy je spotkać w bazach danych, sterowaniu oraz dziedzinach zajmujących się przetwarzaniem języka naturalnego.

2 Podstawowe pojęcia i definicje logiki rozmytej

Dla ustalenia uwagi określmy tzw. obszar rozważań (ang. *the universe of discourse*), który w dalszej części nazywać będziemy przestrzenią lub zbiorem. Obiektami tej abstrakcyjnej przestrzeni będą zbiory rozmyte. Własność, która przypisuje elementowi należenie do tego zbioru może być ostra lub nieostra. W pierwszym przypadku mamy do czynienia z klasycznym zbiorem, w drugim ze zbiorem rozmytym. Tak więc każdy element zbioru rozmytego może do niego należeć, do niego nie należeć lub też należeć w pewnym stopniu.

Ze zbiorem rozmytym nierozerwalnie związane jest pojęcie funkcji przynależności (ang. *membership function*). Odzwierciedlają one na obiektach z przestrzeni rozważań uporzadkowanie wprowadzone przez skojarzenie ze zbiorem pewnej własności. Wartość funkcji przynależności na danym elemencie określa stopień jego należenia do tego zbioru. Operacja przypisywania stopnia przynależności jest raczej subiektywna i zależna od kontekstu sytuacyjego.

Te ogólne rozważania uzasadniają wprowadzenie definicji

Definicja 2.0.1 *Przez* **zbiór rozmyty** *rozumieć od tej pory będziemy zbiór postaci*

$$A = \{(x, \mu_A(x));\ x \in X,\ \mu_A(x) \in [0, 1]\}$$

Gdy zbiór A jest zbiorem klasycznym, to μ_A z powyższej definicji jest *funkcja charakterystyczna* tego zbioru.

Wprowadzimy teraz najważniejsze pojęcie logiki rozmytej, mianowicie definicję *zmiennej lingwistycznej*. Rozważmy zdania:

Tamto drzewo jest wysokie.
Ta książka jest droga.

W pierwszym przykładzie atrybutem drzewa jest jego wysokość. Atrybut ten równy jest *wysokie*. W drugim przykładzie rozważanym atrybutem książek jest ich cena, której wartość jest ustawiona na *droga*.

Sposób pojmowania tych wartości lingwistycznych może być różny dla różnych osób. Dlatego każdą taką wartość charakteryzujemy zbiorem rozmytym, np. przedziałem liczbowym określającym wysokość drzewa wyrażoną w metrach, lub cenę książki w PLN.

Definicja 2.0.2 **Zmienną lingwistyczną** *nazywamy zmienną, której wartościami są słowa lub zdania w języku naturalym lub sztucznym. Powyższe słowa lub zdania nazywamy* **wartościami lingwistycznymi** *zmiennej lingwistycznej.*

2.1 Przykłady funkcji przynależności

Funkcja *typu dzwonowego* jest postaci

$$\mu(x; a, b, c) = \frac{1}{1 + \left|\frac{x-c}{a}\right|^{2b}},$$

gdzie parametr a określa szerokość, b - nachylenie, c - środek.

Funkcje przynależności *typu t* definiujemy następująco:

$$t(x; a, b, c) = \begin{cases} 0 & \text{, gdy } x \leqslant a, \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{, gdy } a < x \leqslant b, \\ \frac{c-x}{c-b} & \text{, gdy } b < x \leqslant c, \\ 0 & \text{, gdy } x > c. \end{cases}$$

Powyższe funkcje określone były dla zbiorów na osi rzeczywistej $\mathbb{R}$. Możliwe są też funkcje przynależności dla zbiorów wielowymiarowych:

Radialną funkcją przynależności nazywamy funkcję postaci

$$\mu(\mathbf{x}) = e^{\frac{\|\mathbf{x}-\overline{\mathbf{x}}\|}{2\sigma^2}},$$

gdzie $\mathbf{x}$ jest środkiem, a σ określa kształt funkcji.

2.2 Operacje na zbiorach rozmytych

Zbiory rozmyte i funkcje przynależności dostarczają możliwości reprezentacji nieprecyzyjnych stwierdzeń. Jednakowoż odwzorowanie wiedzy na zbiór rozmyty jest bezużyteczne jeśli nie posiadamy zbioru operatorów, które przekształcałyby nasze dane i wpływały na ich stan.

Operatory rozmyte są uogólnieniem tradycyjnych operatorów boolowskich w teorii zbiorów takich jak $\cap, \cup, \subset$, itd.

Opiszemy tu tylko te najczęściej stosowane zwracając jednak dalej uwagę na ich uogólnienia.

Definicja 2.2.1 *Niech zbiory A, B będą podzbiorami rozmytymi w przestrzeni X.* **Sumę** *(ang .union) takich zbiorów określamy jako podzbiór rozmyty przestrzeni X taki, że jego funkcja przynależności spełnia*

$$\underset{x \in X}{\forall} \quad \mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

W powyższej definicji zamiast funkcji $\max$ można wziąć dowolną *s-normę*, tzn. dowolną funkcję spełniającą warunki:

$$\begin{array}{cl} S(S(a,b),c) = S(a, S(b,c)) & \text{(łączność)} \\ S(a,b) = S(b,a) & \text{(przemienność)} \\ S(a,b) \leqslant S(a,c) \text{ dla } b \leqslant c & \text{(monotoniczność)} \\ S(a,0) = a & \text{(warunek brzegowy)} \end{array}$$

Definicja 2.2.2 *Niech zbiory A, B będą podzbiorami rozmytymi w przestrzeni X. Ich* **przecięcie** *(ang. intersection) jest podzbiorem rozmytym przestrzeni X takim, że*

$$\underset{x \in X}{\forall} \quad \mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

Zamiast funkcji $\min$ mozna użyć dowolnej *t-normy*, tzn. takiej funkcji T, że:

$$\begin{array}{cl} T(T(a,b),c) = T(a, T(b,c)) & \text{(łączność)} \\ T(a,b) = T(b,a) & \text{(przemienność)} \\ T(a,b) \leqslant T(a,c) \text{ dla } b \leqslant c & \text{(monotoniczność)} \\ T(a,1) = a & \text{(warunek brzegowy)} \end{array}$$

Definicja 2.2.3 *Niech zbiór A będzie podzbiorem rozmytym w przestrzeni X. Przez* **dopełnienie** *(ang. complemention) zbioru A rozmumiemy zbiór A^C będący podzbiorem przestrzeni X takim, że*

$$\underset{x \in X}{\forall} \quad \mu_{A^C}(x) = 1 - \mu_A(x))$$

Ponieważ wszyskie powyższe funkcje przekształcają wartości funkcji przynależności z przedziału $[0, 1]$ na wartość funkcji przynależności w przedziale $[0, 1]$, więc definicje te są poprawne.

Ażeby uzupełnić naszą wiedzę o działaniach na zbiorach rozmytych wprowadzimy jeszcze pojęcie zawierania się zbioru w drugim.

Definicja 2.2.4 *Niech zbiory A, B będą podzbiorami rozmytymi w przestrzeni X. Powiemy, że zbiór A zawiera się w zbiorze B jeśli*

$$\underset{x \in X}{\forall} \quad \mu_A(x) \leqslant \mu_B(x).$$

Uwaga. W przypadku gdy zbiory A, B są zbiorami ostrymi powyższe definicje zgadzają się z ich definicjmi w rozumieniu klasycznym.

Najczęściej stosowane operatory s-normy i t-normy zgromadziliśmy w tabelach 1 i 2 poniżej.

Takie alternatywne operatory algebraiczne stanowią podstawę do rozwoju *systemów neurorozmytych*.

Nazwa operatora	wzór
maksimum (MAX)	$\mu_{A\cup B}(x) = MAX[\mu_A(x), \mu_B(x)]$
suma algebr.	$\mu_{A\cup B}(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)$
suma Hamachera	$\mu_{A\cup B}(x) = \frac{\mu_A(x)+\mu_B(x)-2\mu_A(x)\cdot\mu_B(x)}{1-\mu_A(x)\cdot\mu_B(x)}$
suma Einsteina	$\mu_{A\cup B}(x) = \frac{\mu_A(x)+\mu_B(x)}{1+\mu_A(x)\cdot\mu_B(x)}$
suma drastyczna	$\mu_{A\cup B}(x) = \begin{cases} MAX[\mu_A(x), \mu_B(x)] \text{ dla } MIN[\mu_A(x), \mu_B(x)] = 0, \\ 1 \text{ poza tym} \end{cases}$
suma ograniczona	$\mu_{A\cup B}(x) = MIN[1, \mu_A(x) + \mu_B(x)]$

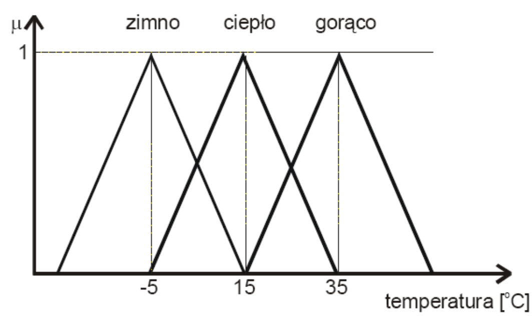
Tabela 1: Podstawowe operatory s-normy.

Nazwa operatora	wzór
minimum (MIN)	$\mu_{A\cap B}(x) = MIN[\mu_A(x), \mu_B(x)]$
iloczyn algebr.	$\mu_{A\cap B}(x) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)$
iloczyn Hamachera	$\mu_{A\cap B}(x) = \frac{\mu_A(x)\cdot\mu_B(x)}{\mu_A(x)+\mu_B(x)-2\mu_A(x)\cdot\mu_B(x)}$
iloczyn Einsteina	$\mu_{A\cap B}(x) = \frac{\mu_A(x)\cdot\mu_B(x)}{2-(\mu_A(x)+\mu_B(x)-2\mu_A(x)\cdot\mu_B(x))}$
iloczyn drastyczny	$\mu_{A\cap B}(x) = \begin{cases} MIN[\mu_A(x), \mu_B(x)] \text{ dla } MAX[\mu_A(x), \mu_B(x)] = 1, \\ 0 \text{ poza tym} \end{cases}$
iloczyn ograniczony	$\mu_{A\cap B}(x) = MAX[0, \mu_A(x) + \mu_B(x) - 1]$

Tabela 2: Podstawowe operatory t-normy.

2.3 Przykład zmiennej lingwistycznej i odpowiadającego mu zbioru

Określmy zmienną lingwistyczną *temperatura* o terminach: zimno, ciepło, gorąco, której zbiorem rozważań jest przedział $[0°C, 55°C]$. Z wykresu poniżej możemy odczytać, że temperaturę $25°C$ uważamy w około $\frac{1}{2}$ za goracą i w ok. $\frac{1}{2}$ za ciepłą. Podobnie temperaturę $7.5°C$ uznajemy w ok. $\frac{1}{4}$ za zimną i w ok. $\frac{3}{4}$ za ciepłą.



Rysunek 1: Wartości lingwistyczne i odpowiadające im zbiory rozmyte.

3 Podstawy modelowania opartego na logice rozmytej

Aby móc sterować pewnym procesem technologicznym lub też pracą urządzeń konieczne jest zbudowanie modelu, na podstawie którego można będzie podejmować decyzje związane ze sterowaniem. Jednakże często znalezienie odpowiedniego modelu jest problemem trudnym, niekiedy wymagającym przyjecia różnego typu założeń upraszczających. Zastosowanie systemów rozmytych nie wymaga od nas znajomości tych procesów. Konstruujemy po prostu rozmyte reguły postępowania w postaci zdań warunkowych: IF ... THEN ...

3.1 Reguły sterowania rozmytego

Działanie sterownika rozmytego (ang. *fuzzy logic controller*) opiera się na zasadzie aproksymacji funkcji realizującej rzeczywisty proces. Sterownik otrzymuje wartości opisujące stan urządzenia czy systemu i przetwarza to w ostrą wartość sterującą tym urządzeniem czy systemem. Klasyczny sterownik składa się z czterech części: baza reguł, blok rozmywania, blok wnioskowania, blok wyostrzania. Każda z nich może byż realizowana na wiele sposobów.

3.2 Proces wnioskowania

Wiele rozumowań ludzi nie ma charakteru formalnego i nie opiera się o schematy wnioskowania logiki. Dzieje się tak dlatego, że przesłanki, którymi się posługują nie są do końca pewne i przez to otrzymują wnioski uznawane tylko w pewnym stopniu. Sterowniki rozmyte naśladują ludzkie rozumowanie poprzez bardzo proste radzenie sobie w złożonych sytuacjach.

Jako regułę wnioskowania dla sterowników rozmytych stosuje się rozmytą regułę *modus ponens*. Reguła ta wygląda następująco:

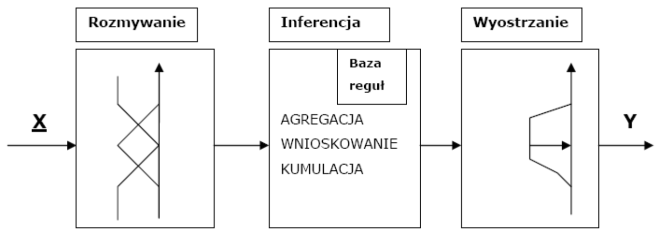
Przesłanka:	x jest A′
Implikacja:	If x jest A THEN y jest B
Wniosek:	y jest B′

Reguła ta pozwala na wywnioskowanie o prawdziwości następnika na podstawie prawdziwości poprzednika przy czym implikacja traktowana jest jako pewna relacja rozmyta. Zauważmy jednak, że A′ (B′) wcale nie musi być równy zbiorowi A (B). Pozwala to na pewną elastyczność. Jeśli bowiem A′ jest trochę podobny do zbioru A, to zbiór B jest zbliżony do zbioru B′. Zilustrujmy to przykładem: Załóżmy, że mamy regułę

Jeśli prędkość samochodu jest duża, to poziom hałasu jest wysoki.

Niech teraz przesłanka mówi: Prędkość samochodu jest średnia. Sterownik powinien na podstawie tego wywnioskować, że: Poziom hałasu jest średnio wysoki.

Poniżej opiszemy poszczególne części sterownika rozmytego, którego schemat umieszczono na rysunku.



Rysunek 2: Schemat sterownika rozmytego.

3.2.1 Baza reguł

Baza reguł stanowi reprezentację wiedzy eksperta o możliwych wartościach zmiennych stanu, o pożądanym stanie urządzenia, itp. Przyjmuje się dla potrzeb sterowania, że przesłanka jak i wniosek są koniunkcjami prostych faktów rozmytych. Na bazę reguł składa się więc zbiór pewnych rozmytych reguł postaci

IF (x_1 jest A_1) AND ... AND (x_n jest A_n) THEN (y_1 jest B_1) AND ... AND (y_m jest B_m),

gdzie A_i, B_j są zbiorami rozmytymi, x_i są danymi wejściowymi, a y_j są zmiennymi wyjściowymi modelu lingwistycznego.

Od trafnego wyboru zmiennych stanu i zmiennych sterujących pracą urządzenia zależy właściwe funkcjonowanie sterownika.

Uwaga. Tak naprawdę ([1]) możemy ograniczyć nasze rozważania do reguł, w których we wniosku jest jedna zmienna sterowania lub wartość funkcji zmiennych sterowania $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$. W pierwszym przypadku mówimy o modelu Mamdaniego, w drugim o modelu Takagi-Sugeno. W praktyce raczej nie spotyka się sterowników zawierających obydwie reguły jednocześnie.

Reguły o takich samych przesłankach i różnych wnioskach nazywamy *sprzecznymi*. W dalszym ciągu zakładać będziemy, ze nasza baza jest niesprzeczna.

3.2.2 Blok rozmywania

W tej fazie konkretna wartość liczbowa skojarzona z daną zmienną lingwistyczną poddana zostaje operacji rozmywania (ang. *fuzzification*), w wyniku której odwzorowujemy ją na zbiór rozmyty, ponieważ system sterowania z logika rozmyta operuje na zbiorach rozmytych. W praktyce, o ile wartość na wejściu nie jest podana wraz z zakłóceniem, stosuje się rozmywanie typu *singleton*. W wyniku tego zmiennej x skojarzonej ze zmienną lingwistyczną A przypisuje się funkcję przynależności równą 1 dla $\overline{x}$ i 0 wszędzie poza tym.

Jeśli mamy do czynienia z zakłóceniem lub ewentualnie błędem pomiaru możemy zastosować rozmycie gaussowskie

$$\mu(x) = \exp\left(-\frac{(x-\overline{x})^2}{\delta}\right),$$

gdzie $\delta > 0$.

3.2.3 Blok wnioskowania (inferencji)

W bloku wnioskowania ma miejsce uruchomienie każdej z reguł, której przesłanki są spełnione. Ogólnie rzecz biorąc w oparciu o przesłanki znajdujemy odpowiedni zbiór rozmyty będacy wnioskiem z przyjętych reguł rozmytych.

Na podstawie bazy reguł

$$\begin{array}{c} \text{IF } (x_1 \text{ jest } A_1^1) \text{ AND ... THEN } (y_1 \text{ jest } B_1), \\ \text{IF } (x_1 \text{ jest } A_1^2) \text{ AND ... THEN } (y_1 \text{ jest } B_1), \\ ..... \\ \text{IF } (x_1 \text{ jest } A_1^n) \text{ AND ... THEN } (y_1 \text{ jest } B_1), \end{array}$$

oraz danych wejściowych, tzn. znajomości stopnia spełnienia przesłanki, wyliczane są zbiory rozmyte B_i'.

W przypadku, gdy mamy do czynienia z przesłanką prostą

$$\text{IF } x_i \text{ jest } A_i \text{ THEN ...}$$

oraz rozmywania typu singleton funkcję charakteystyczną łatwo policzyć w oparciu o znajomość $\mu_{A_i}(x)$. Przy tym samym rozmywaniu jeśli mamy do czynienia z przesłanką złożoną

$$\text{IF } (x_1 \text{ jest } A_1) \text{ AND ... AND } (x_n \text{ jest } A_n) \text{ THEN } (y \text{ jest } B),$$

to znaczy gdy zachodzi

$$\text{IF } x \text{ jest } A \text{ THEN } y \text{ jest } B,$$

gdzie $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ oraz $A = A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n$, należy określić funkcję przynależności iloczynu kartezjanskiego zbiorów przy znajomości funkcji przynależności zbiorów A_1,...,A_n. Można to zrobić np. w ten sposob

Definicja 3.2.1 Iloczynem kartezjanskim *zbiorów A_1,...,A_n nazywamy zbiór rozmyty A o funkcji przynależności*

$$\underset{x \in A}{\forall} \quad \mu_A(x) = \min(\mu_{A_1}(x), \ldots, \mu_{A_n}(x)).$$

Uwaga. Bardzo często zamiast funkcji $\min$ stosuje się także iloczyn funkcji przynależności.

Podsumowując na wyjściu otrzymujemy zbiór B' (po zastosowaniu metody *modus ponens*), które zależą od metody rozmywania, sposobu zdefiniowania iloczynu kartezjanskiego zbiorów rozmytych.

3.2.4 Blok wyostrzania

Do konkretnego sterowania potrzebna jest konkretna wielkość. Dlatego dane wyjściowe bloku wnioskowania (jeden lub więcej zbiorów rozmytych) odwzorowuje się w jedną wielkość, która będzie wyjściowym sygnałem sterowania. Można to zrealizować na wiele sposobów. Ogólnie dzielimy je na metody *center of area* (COA) oraz metody średniej z największych (MOM). Przykładem pierwszej jest środek ciężkości zbioru rozmytego (CoG). Przykładem metody drugiego typu jest metoda "pierwszy z największych" (FM, ang. *first of maximum*).

Załóżmy, ze blok wniskowania zwrócił zbiór rozmyty B'. Omówimy teraz możliwe metody defuzyfikacji.

Metoda "środka najlepszego odcinka" (MBS - Middle of Best Sector)

Najpierw szukamy odcinek, dla którego wartości funkcji przynależności są maksymalne. W przypadku gdy jest ich kilka umawiamy się, że wybieramy pierwszy (ostatni, najdłuższy, ...). Gdy takiego odcinka nie ma, to bierzemy pierwszą wartość szczytowa. W przypadku gdy taki odcinek jest, to jako wartość zwracaną bierzemy jego środek.

Metoda "pierwsze z lewej maksimum" (LMM - Left Most Maximum)

Zwaracaną wartością jest x_0 takie, że

$$\mu_{B'}(x_0) = \max_{x \in X}(\mu_{B'}(x)) \text{ oraz } \underset{x < x_0}{\forall} \quad \mu_{B'}(x) < \mu_{B'}(x_0).$$

Metoda "pierwsze z prawej maksimum" (RMM - Right Most Maximum)

Zgodnie z nazwą otrzymujemy wartość x_0 taką, ze

$$\mu_{B'}(x_0) = \max_{x \in X}(\mu_{B'}(x)) \text{ oraz } \underset{x > x_0}{\forall} \quad \mu_{B'}(x) > \mu_{B'}(x_0).$$

Metoda "środka ciężkości" (CoG - Center of Gravity)

Wartość x_0 wyliczamy jako środek ciężkości funkcji przynależności zbioru B'. W przypadku ciągłym i dystretnym korzystamy odpowiednio ze wzorów:

$$x_0 = \frac{\int x\mu_{B'}(x)\,dx}{\int \mu_{B'}(x)\,dx} \qquad x_0 = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i \mu_{B'}(x_i)}{\sum_{i=1}^{N} \mu_{B'}(x_i)}.$$

Metoda "maksimum funkcji przynależności"

Wartość x_0 obliczamy zgodnie z zależnością

$$\mu_{B'}(x_0) = \sup_{x \in X} \mu_{B'}(x)$$

przy założeniu, że funkcja $\mu_{B'}$ jest *unimodalna*. Metoda ta nie uwzględnia kształtu funkcji przynależności.

Jeśli blok wnioskowania zwrócił więcej niż jeden zbiór rozmyty możemy zastosować którąś z poniższych metod.

Metoda "środka zbioru rozmytego" (center average defuzzification)

Niech wielkością wyjsciową bloku wnioskowania będą zbiory B_i, dla $i = 1, 2, \ldots, N$. Zwracaną wartość w tej metodzie odczytujemy ze wzoru

$$x_0 = \frac{\sum_{i=1}^{N} \mu_{B_i'}(\overline{x}_i)\overline{x}_i}{\sum_{i=1}^{N} \mu_{B_i'}(\overline{x}_i)},$$

gdzie $\overline{x}_i$ jest punktem, w którym μ_{B_i} przyjmuje maksimum. Punkt ten nazywamy środkiem (ang. *center*) zbioru rozmytego B_i.

Metoda *center of sums defuzzification*

Wartość wynikowa x_0 jest liczona zgodnie ze wzorem

$$x_0 = \frac{\int_X x \sum_{i=1}^{N} \mu_{B_i'}(x)\, dx}{\int_X \sum_{i=1}^{N} \mu_{B_i'}(x)\, dx}.$$

3.3 Strojenie sterownika

Strojenie polega na poprawianiu znaczeń terminów zmiennych lingwistycznych, tzn. zmianie ich parametrów, obszaru odniesienia lub odpowiednim przeskalowaniu.

Nie ma ogólnej metody optymalnego strojenia parametrów. Często wykorzystuje się wtedy różne metody numeryczne (np. metodę największego spadku) a nawet algorytmy genetyczne.

4 Modelowanie rozmyte

Celem modelowania jest uzyskanie coraz większej dokładności oraz upraszczanie struktur. Zastosowanie zbiorów rozmytych umożliwia stworzenie modelu systemu, reprezentującego istotne cechy przy pomocy aparatu teorii zbiorów rozmytych. Istnieje wiele metod tworzenia modeli. Do najprostszych należy stworzenie zestawu odpowiednich zmiennych lingwistycznych oraz zbioru reguł postaci IF ... THEN ... stanowiących jakościowy opis systemu, najbardziej bliski językowi naturalnemu.

4.1 Modelowanie za pomocą eksperta

Pierwszym rodzajem modelowania rozmytego zastosowanego w praktyce było tworzenie modeli rozmytych na bazie wiedzy eksperta. Oparte jest ono o wiedzę i doświadczenie eksperta doskonale znającego system i wszystkie jego zachowania. Model werbalny tworzony na bazie wiedzy eksperta pozwala stworzyć tylko model Mamdaniego, jednakże może to być pierwszy etap.

Modele stworzone przez różnych ekspertów mogą się różnić, ale niekiedy daje się skonstruować precyzyjne modele, np. w przypadku systemów mechanicznych i elektrycznych. Sytuacja taka jest rzadka w przypadku systemów termicznych czy chemicznych; najgorzej jest w systemach socjologicznych i ekonomicznych.

Głównym problemem tutaj jest to, że ekspert nie zna mechanizmów wnioskowania zachdzących w jego umyśle. Dlatego jego wiedza charakteryzuje się bardziej ”intuicyjnością” niż ścisłością określenia. Mając jednak wstępnie zdefiniowane reguły i zbiory rozmyte, można taki system poddać procesowi dostrajania przez co dopercyzować uzyskaną od eksperta wiedzę. Strojenie można zrealizować metodą algorytmów genetycznych lub przekształcając sterownik w rozmytą sieć neuronową.

4.2 Modele samonastrajające się na bazie danych pomiarowych

W tym modelu mamy do czynienia ze stała bazą reguł i zbiorów rozmytych (nie podlega ona zmianom). Strojenie polega na takim dobraniu funkcji przynależności by zminimalizować błąd modelu względem modelowanego systemu. Stosuje się wtedy przeważnie przekształcenie systemu rozmytego w sieć neuronową, algorytmy genetyczne poszukujące optymalnych parametrów, metody heurystyczne i oparte na klasteryzacji.

Metody klasteryzacji polegają na automatycznym wykrywaniu skupisk (klasterów) próbek pomiarowych, które tworzą się w charakterystycznych dla systemu punktach, oraz wyciągania na tej podstawie wniosków.

4.3 Model Mamdaniego

Modele Mamdaniego stosują najbardziej naturalne z punktu widzenia logiki rozmytej podejście ponieważ opierają się na bazie reguł i stosowaniu operatorów lingwistycznych. W przypadku modelu Mamdaniego funkcją przynależności rozmytej implikacji $A \Rightarrow B$, która jest równoważna pewnej relacji rozmytej $R \subset X \times Y$, wyznaczamy następująco

$$\mu_{A\Rightarrow B}(x, y) = T(\mu_A(x), \mu_B(y)),$$

gdzie T jest dowolną t-norma, np. MIN lub iloczyn (patrz tabelka 2).

4.4 Model Takagi-Sugeno

Wadą modeli takich jak powyżej jest to, że nie zawierają jawnej postaci wiedzy obiektywnej, pomimo iż ta wiedza jest czasami dostępna. Dlatego Sugeno i współpracownicy zaproponowali bazę reguł specjanego formatu, w której następniki są typu funkcyjnego. Najczęściej mamy tu do czynienia z funkcjami liniowymi lub sklejeniem funkcji liniowych.

5 Podejście neuronowo-rozmyte

Systemy oparte na logice rozmytej, jak już wiemy, znajdują zastosowanie szczególnie tam, gdzie trudno jest opisać model opisujący dane urządzenie. Niestety przy rosnącej złożoności modelowanych procesów rosną też problemy z układaniem rozmytych reguł i funkcji przynależności. Zaprowadziło to do powstania nowego podejścia - *systemów neuronowo-rozmytych*. Systemy rozmyte posiadają zdolność do radzenia sobie z nieprecyzyjnymi danymi, a sieci neuronowe mają zdolność uczenia się i towrzenia nowych reguł, które uzupełniłyby brakującą wiedzę eksperta, który projektował bazę reguł. Systemy te łacząć cechy zarówno sieci neuronowych jak i systemów rozmytych znalazły się więc współczesnie w głównym kregu zainteresowań. Urządzenia zbudowane w oparciu o architekturę systemów neurono-rozmytych znalazły zastosowanie w szczególnosci w procesach sterowania.

5.1 Architektura

System neuro-rozmyty składa się z tych samych komponentów co sterownik rozmyty, z tym że na każdym etapie obliczenia wykonywane są przez uczące się sieci neuronowe. W bloku rozmywania każdy neuron reprezentuje funkcję przynależności poprzedzającej go reguły rozmytej.

Najczęściej spotykaną architekturą jest architektura skladająca się z pięciu bloków wymyślona przez C.-T. Lina.

6 Zastosowania

Podejmowaniem decyzji zajmuje się matematyczna teoria optymalizacji. Jeśli mamy do czynienia z dużą dozą niepewności stosuje się metody oparte na teorii zbiorów rozmytych.

Klasycznym zadaniem jest znalezienie decyzji rozmytej, decyzji optymalnej albo zbioru decyzji zadowalających dla ustalonego wyniku.

6.1 Rozmyta metoda Delphi

Metoda ta dotyczy procesow decyzyjnych. W modelowaniu tym bierzemy pod uwagę poziom określoności problemu i użyteczności każdej z decyzji, co w rzeczywistości sprowadza się do maksymalizacji funkcji użyteczności.

Opiszmy tę metodę trochę dokładniej. Pewna grupa ekspertów o wysokich kwalifikacjach w pewnej dziedzinie wyraża opinie na temat pewnego wydarzenia. Opinie te uznajemy za subiektywne, zależne od kompetencji i badamy metodami statystycznymi, po czym wyznaczamy wartość średnia. Na tej podstawie zarząd, który powałał tę grupę ekspertów dokonuje analizy wyników.

Sytuacja powtarza się ale tym razem eksperci mogą uwzględnić otrzymane średnie z poprzedniej rundy i tworzone są nowe statystyki. Gdy zarząd uzna, że dwie kolejne średnie niewiele różnią się od siebie przerywają proces.

6.2 Ważona metoda Delphi

Czesto bywa tak, że doświadczenie pewnej grupy ekspertów jest stawiane wyżej niż doświadczenie czy umiejetności innych. W modelu wyraża się to za pomocą wag w_i z przedziału $[0, 1]$ przydzielonych ekspertom, tak by $\sum_i w_i = 1$. W takim przypadku liczy się tzw. średnią ważoną.

7 Przykłady użycia

7.1 Sterowanie samochodem przy pomocy sterownika z implikacją Mamdaniego (przykład Kazuo Tanaki)

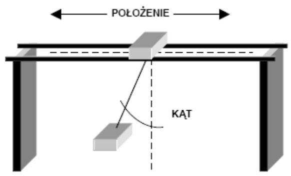
Rozważmy poruszający się samochód. W celu stworzenia modelu bierzemy pod uwagę dwie zmienne określające ruch: SPEED (szybkość) i DISTANCE (odległóść od jadącego z przodu samochodu) oraz jedną zmienną określającą zminę tego ruchu (ACCELERTION). Sterowanie odbywać będzie się poprzez zmianę prędkości; możliwe stany to: przyspieszenie, utrzymanie szybkości i hamowanie. Tanaka stworzył bazę reguł:

IF dystans jest krótki AND szybkość jest mała THEN utrzymaj szybkość.
IF dystans jest krótki AND szybkość jest duża THEN zredukuj szybkość.
IF dystans jest długi AND szybkość jest mała THEN zwiększaj szybkość.
IF dystans jest długi AND szybkość jest duża THEN utrzymaj szybkość.

Zmienne DISTANCE, SPEED i ACCELERTION to zmienne lingwistyczne, które mogą przyjmować rozmyte wartości: krótki, długi, mała, duża, utrzymaj, zredukuj i zwiększaj. Projektant ma teraz za zadanie dobrać tak parametry zbiorów rozmytych i obszarów rozważań by odpowiadały one rzeczywistości w jak najlepszym stopniu.

7.2 Sterowanie suwnicą przenoszącą kontenery

Za pomocą suwnicy musimy przenieść kontener z ładunkiem z jednego miejsca na drugie. Jednak w momencie odkładania go na miejsce mogą wystąpić zbyt duże kołysania. Celem naszym jest takie pokierowanie suwnicą by nie został zniszczony nasz ładunek. Poniżej mamy schemat.



Rysunek 3: Ilustracja modelu suwnicy.

Naszymi danymi są: odległość wózka z kontenerem od pozycji docelowej oraz kąt wychylenia. Jeżeli wózek z kontenerem jest w dużej odległości od położenia docelowego suwnica może poruszać się z dużą szybkością. Jednak gdy zbliża się ona do końca drogi musimy zadbać o tłumienie kołysania kontenera na linie. W momencie gdy jesteśmy już bardzo blisko konieczne jest łagodne (pozbawione kołysań) doprowadzenie kontenera do miejsca docelowego. Nasze rozważania możemy podsumować w bazie reguł:

IF (d = duża) THEN (P = duża)
IF (d = mała) AND (kąt = ujemny duży) THEN (P = dodatnia średnia)
IF (d = mała) AND (kąt = ujemny mały OR zero OR dodatni mały) THEN (P = dodatnia średnia)
IF (d = mała) AND (kąt = dodatni duży) THEN (P = ujemna średnia)
IF (d = zero) AND (kąt = dodatni duży OR mały) THEN (P = ujemna średnia)
IF (d = zero) AND (kąt = zero) THEN (P = zero)
IF (d = zero) AND (kąt = ujemny mały) THEN (P = dodatnia średnia)
IF (d = zero) AND (kąt = ujemny duży) THEN (P = dodatnia duża)

gdzie d - odległość suwnicy od miejsca docelowego, P - moc.

7.3 Inne zastosowania

1. Bazy danych
2. Rozpoznawanie obrazów i kształtów
3. Zastosowaie w systemach medycznych 1 2
4. Przetwarzanie obrazów
5. Uczenie maszynowe
6. Rozmyte zarządzanie pakietami w sieci
7. Ekonomia
8. Rolnictwo
9. ABS

All language is vague.
Bertrand Russell (1872-1970)

Literatura

[1] „Rozmyty świat zbiorów, liczb, relacji, faktów, reguł i decyzji”, Andrzej Łachwa, Wydawnictwo EXIT, 2001.

[2] „Metody i techniki sztucznej inteligencji”, Leszek Rutkowski, Wydawnictwo Naukowe PWN, 2005.

[3] „Modelowanie rozmyte”, Grzegorz Głowaty, praca magisterska napisana po kierunkiem A. Łachwy, 2003.

[4] „An Introduction to Fuzzy and Neurofuzzy Systems”, M. Brown, 1996.

[5] „Wybrane problemy zastosowania zbiorów rozmytych”, Magdalena E. Kostrzeńska, Warszawa 2006.

[6] „Fuzzy Systems in AI”, Christian Freksa, Vieweg 1994.